

## Übungsblatt 4

Abgabe: Vorlesung am 19.12.2005

### 1 Transformation rekursiver Funktionen

Gegeben seien die folgenden drei rekursiven Funktionen:

$$f_1(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls } x = 1 \\ f_1(x-2) & \text{sonst} \end{cases}$$

$$f_2(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \text{ ungerade} \\ 2f_2\left(\frac{x}{2}\right) & \text{sonst} \end{cases}$$

$$f_3(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls } x = 0 \\ 1 & \text{falls } x = 1 \\ f_3(x-2) & \text{sonst} \end{cases}$$

- Begründen Sie, welche dieser Funktionen für alle positiven natürlichen Zahlen  $x$  definiert sind (2 Punkte).
- Begründen Sie dann für die Funktionen, die für alle positiven natürlichen Zahlen  $x$  definiert sind:
  - ob die betreffende Funktion linear ist (je 0,5 Punkte)
  - ob die betreffende Funktion schlicht ist (je 0,5 Punkte)
  - was die betreffende Funktion berechnet (je 1 Punkt)
- Überführen Sie die linearen, jedoch nicht schlichten Funktionen nach dem in der Vorlesung behandelten Verfahren in iterative Funktionen unter Verwendung eines Stapels. Schreiben Sie die Funktionen in Pseudocode auf (6 Punkte). (Anmerkung: Es geht in dieser Aufgabe wirklich darum, das in der Vorlesung behandelte Verfahren zu verwenden, auch wenn es leicht möglich ist, iterative Funktionen auf anderem Wege zu finden).

## 2 Implementierung rekursiver Funktionen

Gegeben sei die folgende rekursiv definierte Funktion:

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{falls } x = 3 \\ x \cdot f(x-3) & \text{falls } x \bmod 3 = 0 \text{ und } x > 3 \\ f(x-1) & \text{falls } x \bmod 3 > 0 \end{cases}$$

- Was berechnet  $f(x)$ ? Für welche  $x$  ist  $f(x)$  definiert? (2 Punkte)
- Geben Sie ein Programm in Pseudocode an, das  $f(x)$  nach der obigen Vorschrift berechnet. (3 Punkte)
- Geben Sie ein weiteres Programm in Pseudocode an, das  $f(x)$  berechnet, ohne Rekursion zu benutzen. (3 Punkte)
- Vergleichen Sie die Programme aus b) und c) bezüglich der erwarteten Rechenzeit und bezüglich des zu erwartenden Speicherverbrauchs. Zu welcher Schlussfolgerung kommt man? Begründen Sie Ihre Aussage. (2 Punkte)

*Abgaben bitte mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppennummer versehen!*