

- Beispiele für berechenbare Funktionen
- Diagonalisierung
- Alles gemäß handschriftlicher Folien

Church-Turing These (auch Church'sche These)

- Die Frage nach der prinzipiellen Berechenbarkeit von Funktionen hat zu einer ganzen Reihe von Maschinenmodellen geführt:
 - Church: Lambda-Kalkül
 - Turing: Turing-Maschinen
 - Allerlei real existierende Rechner

Church'sche These:

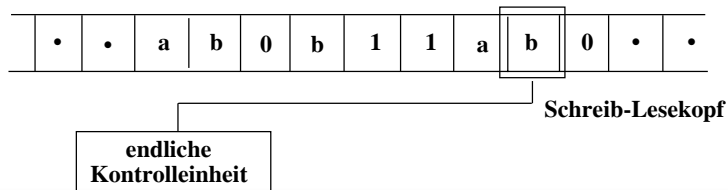
- Alle vernünftigen Definitionen von „Algorithmus“, soweit sie bekannt sind, sind gleichwertig und gleichbedeutend.
- Jede vernünftige Definition von „Algorithmus“, die jemals aufgestellt wurde, ist gleichwertig und gleichbedeutend zu denen, die wir kennen.

Anders formuliert: Jede berechenbare Funktion lässt sich programmieren!

- universelles Maschinenmodell
- 1936 entwickelt von Alan M. Turing
- sehr primitiver Rechner
- für die Frage der prinzipiellen Berechenbarkeit von Algorithmen nach wie vor von entscheidender Bedeutung

Eine Turing-Maschine M ist ein 5-Tupel $M = (B, I, Q, \alpha, \Delta)$ mit

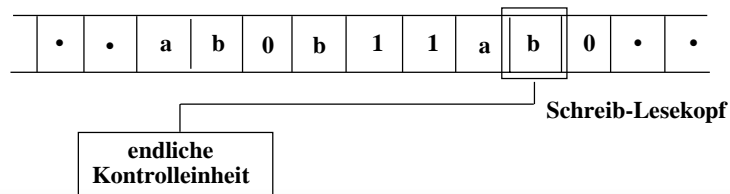
- B ist das Bandalphabet inklusive eines ausgezeichneten Leerzeichens z
- $I \subseteq B \setminus \{z\}$ ist das Eingabealphabet
- Q ist eine endliche Zustandsmenge
- $\alpha \in Q$ ist der Anfangszustand
- $\Delta : Q \times B \rightarrow Q \times B \times \{L, R, H\}$ (für Links, Rechts, Halt)



Formale Definition TM

Im Rahmen einer konkreten Berechnung kommen drei Angaben hinzu, die die konkrete Konfiguration einer TM M beschreiben:

- $q \in Q$ ist der aktuelle Zustand
- $T : Z \rightarrow B$ ist das Band, formal: eine Abbildung der ganzen Zahlen auf das Bandalphabet
- $C \in Z$ ist die Bandposition, an der die TM gerade steht



Formale Definition TM

Unter einem **Arbeitsschritt** versteht man eine Anwendung von Δ :

$$\Delta(q_{\text{alt}}, T(C)) = (q_{\text{neu}}, b, \{L, R, H\})$$

Das neue Band ergibt sich folgendermaßen:

$$T_{\text{neu}}(n) = \begin{cases} T_{\text{alt}}(n), & \text{für alle } n \neq C \\ b, & \text{für } n = C \end{cases}$$

$$C_{\text{neu}} = \begin{cases} C_{\text{alt}} - 1, & \text{für L} \\ C_{\text{alt}} + 1, & \text{für R} \\ C_{\text{alt}}, & \text{für H (TM hält an)} \end{cases}$$

Möglichkeiten für das Ende der Berechnung und Ergebnis:

1. TM hält an, das aktuelle $T : Z \rightarrow B$ ist das Ergebnis
2. $\Delta(q_{alt}, T(C))$ ist nicht definiert, undefiniertes Ergebnis
3. TM hält niemals an, undefiniertes Ergebnis