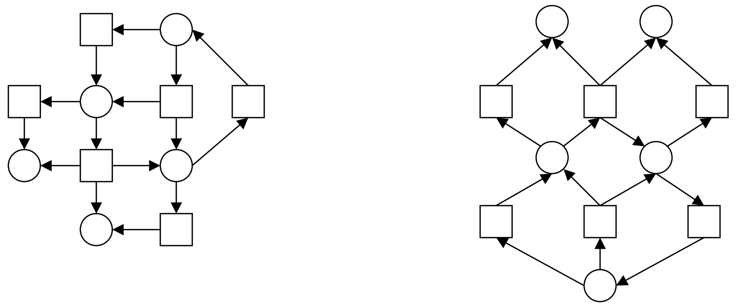
10.2 Strukturvergleiche

- Frage: Sind die beiden Abbildungen graphische Darstellungen des gleichen Netzes?
  - Genauer: Haben die beiden Netze die gleiche Struktur?



  - Prüfung über Benennung und Vergleich der mathematischen Struktur.
  - In der Regel muss aber noch mal umbenannt werden!

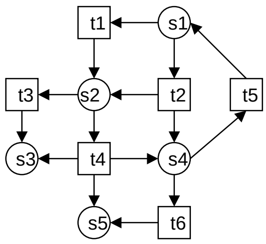
10.2 Strukturvergleiche

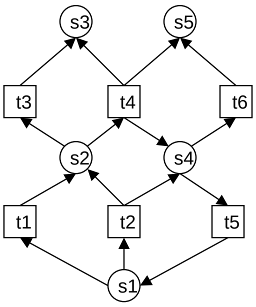
- Eine Abbildung $\rho: S_1 \cup T_1 \rightarrow S_2 \cup T_2$ der Knotenmenge eines Netzes N_1 in die Knotenmenge eines Netzes N_2 heißt
  - **stellenerhaltend**, wenn $\rho(S_1) \subseteq S_2$
  - **transitionserhaltend**, wenn $\rho(T_1) \subseteq T_2$
- Eine bijektive, stellen- und transitionserhaltende Abbildung $\rho: S_1 \cup T_1 \rightarrow S_2 \cup T_2$ heißt **Isomorphismus** des Netzes $N_1=(S_1,T_1,F_1)$ auf das Netz $N_2=(S_2,T_2,F_2)$, wenn gilt

$$\forall x,y \in S_1 \cup T_1 : (x,y) \in F_1 \Leftrightarrow (\rho(x), \rho(y)) \in F_2$$

10.2 Strukturvergleiche

- Also: Beide Netze besitzen die gleiche Struktur





10.3 Netztransformationen

- Wichtiges Mittel des Spezifizierers, um Anschaulichkeit und analytische Aussagekraft der Netze zu beeinflussen.
- Nur so können verschiedene Abstraktionsebenen realisiert werden.
- Nur so können Netz schrittweise entwickelt werden.
- Nur so kann man komplexe Netze überhaupt handhaben!

10.3 Netztransformationen - Arten

UNIVERSITÄT LEIPZIG

LPZ E-BUSINESS applied telematics

- **Vergröberung:** Ein transitions- bzw. stellenberandetes Teilnetz wird durch eine Transition bzw. Stelle ersetzt.
- **Verfeinerung:** Umkehrung der Vergröberung.

- **Einbettung:** Ein Netz wird derart durch Hinzufügung von Kanten und Knoten erweitert, dass das erhaltene Netz das ursprüngliche als Teilnetz enthält.
- **Restriktion:** Umkehrung der Einbettung.

- **Faltung:** Gleichartige Teilnetze werden ‚aufeinander gefaltet', wobei Knoten nur auf Knoten gleichen Typs gefaltet werden und die Flussrelation gewahrt bleibt.
- **Entfaltung:** Umkehrung der Faltung.

10.3 Netztransformationen

UNIVERSITÄT LEIPZIG

LPZ E-BUSINESS applied telematics

- Vergröberung
  - Transitionsberandetes Teilnetz wird durch Transition bzw. stellenberandetes Teilnetz wird durch Stelle ersetzt
  - Ziel: lokale Abstraktion

- Seien N=(S,T,F) ein Netz, N'=(S',T',F') ein stellenberandetes Teilnetz von N. Sei $s_{N'} \notin S \cup T$ die Stelle, die N' ersetzt. Wir definieren $\forall (x,y) \in F \setminus F'$
  - $\varphi(x,y) = \begin{cases} (x,y), & \text{wenn } x,y \in S \cup T \setminus S' \cup T' \\ (x,s_{N'}), & \text{wenn } y \in \text{Rand}(N') \\ (s_{N'},y), & \text{wenn } x \in \text{Rand}(N') \end{cases}$
  - Dann ist das Netz $\underline{N} = (\underline{S},\underline{T},\underline{F})$ eine **Vergröberung** von N mit
    - $\underline{S} = (S \setminus S') \cup \{s_{N'}\}$
    - $\underline{T} = T \setminus T'$
    - $\underline{F} = \varphi(F \setminus F')$

10.3 Netztransformationen

10.3 Netztransformationen

- Definition Stellenvergröberung

10.3 Netztransformationen

- Verfeinerung
  - Umkehrung der Vergröberung
  - D.h. Transition wird durch transitionsberandetes Teilnetz bzw. Stelle durch stellenberandetes Teilnetz ersetzt.
  - Beispiel

10.3 Netztransformationen

UNIVERSITÄT LEIPZIG
LPZ E-BUSINESS applied telematics

- Einbettung und Restriktion
  - Einbettung: Erweiterung eines Netzes durch Kanten und Knoten
  - Restriktion: Beschneidung eines Netzes

- Seien N=(S,T,F) ein Netz und $\underline{N} = (\underline{S},\underline{T},\underline{F})$ ein Obernetz von N (d.h. N Teilnetz von $\underline{N}$). Dann heißt die Abbildung
  - $\psi: \begin{cases} S \cup T \rightarrow \underline{S} \cup \underline{T} \\ x \rightarrow x \end{cases}$

  Einbettung von N in $\underline{N}$

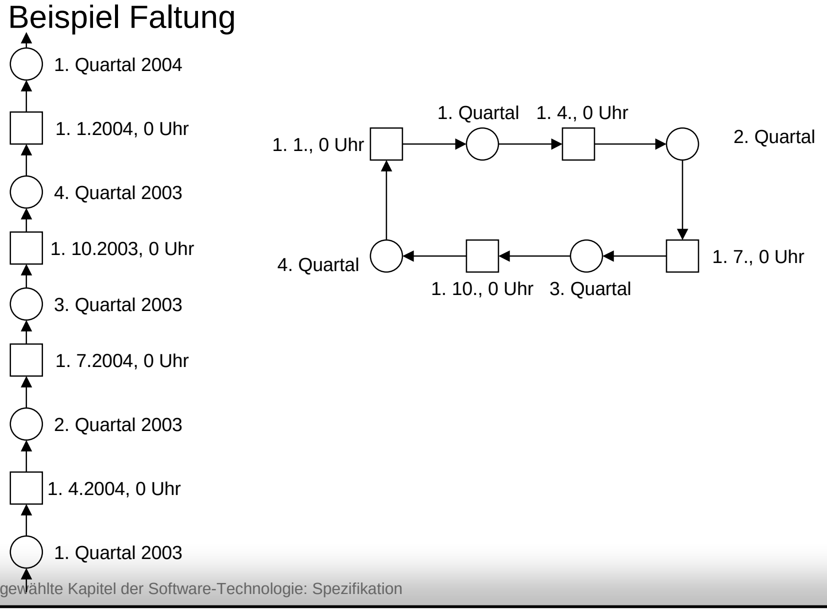
10.3 Netztransformationen

- Faltung und Entfaltung
  - Faltung: Gleichartige Teilnetze werden „aufeinander gelegt“
  - Ziel: Globale Abstraktion (vgl. Definition von Prozeduren)
  - Eine Faltung ist eine Abbildung, die allen „übereinander gelegten“ Knoten jeweils ihren gemeinsamen Zielknoten zuordnet.
  - Bsp:

- Seien N=(S,T,F) und N‘=(S‘,T‘,F‘) Netze. Eine surjektive Abbildung ψ: $S \cup T \rightarrow S' \cup T'$ heißt verallgemeinerte **Faltung**, wenn
  - $\psi(S) \subseteq S'$, $\psi(T) \subseteq T'$, und
  - $(x,y) \in F \Rightarrow (\psi(x),\psi(y)) \in F'$

10.3 Netztransformationen

- Beispiel Faltung



10.3 Netztransformationen

Isomorphismen, Vergröberungs-, Einbettungs- und Faltungsabbildungten haben gemeinsame Eigenschaften, die in den Begriffen der Netzabbildung und des Netzmorphismus zusammengefasst werden.

Definition Netzabbildung / Netzmorphismus:

10.3 Netztransformationen

Satz: Isomorphismen, Vergröberungen, Faltungen, Einbettungen sind Netzmorphismen (ergibt sich fast direkt aus der Definition).

Satz: Die Hintereinanderausführung von Netzmorphismen ist ein Netzmorphismus.

Beweis:

10.4 Systeme mit anonymen Marken

- Bislang nur Struktur von Netzen betrachtet
- Jetzt zusätzlich Dynamik
- Anzahl der Marken pro Stelle wird betrachtet
  - Zustandsbetrachtung
  - Was kann im nächsten Zustand passieren?
- Verschiedene Arten von Petrinetzen mit anonymen Marken
  - Stellen/Transitions-Netz (S/T-Netz)
  - Bedingungs/Ereignis-Netze (B/E-Netz)

10.4 Systeme mit anonymen Marken

UNIVERSITÄT LEIPZIG
LPZ E-BUSINESS applied telematics

- Markierung allgemein:
  - Markierung: S $\rightarrow$ domain, wobei domain von Netztyp zu Netztyp unterschiedlich definiert ist.
  - Die initiale Markierung ist Bestandteil des Anfangszustandes eines Netzes.
    - Basierend auf der initialen Markierung werden aktivierte T-Elemente ermittelt, deren Schalten dann zu Folgemarkierungen führen.
    - Unter den Folgemarkierungen sind dann (möglicherweise) wieder andere T-Elemente aktiviert. Dies setzt sich fort, bis kein T-Element mehr aktiviert ist.
  - Eine Markierung, unter der kein T-Element aktiviert ist, heißt tote Markierung.
  - Token, Marke: Ein Element, das durch eine Markierung einem S-Element zugeordnet wird, heißt Token oder Marke.

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

UNIVERSITÄT LEIPZIG

- Stellen können mehr als eine Marke enthalten
- Kanten haben Gewichte
- Beim Schalten wird den Stellen des Vorbereichs/des Nachbereichs der aktivierten Tranisitionen soviele Tokens entnommen/hinzugefügt, wie das Gewicht der Kante anzeigt
- Stellen mit Kapazitäten (max. Tokenmenge)
- Es darf nur geschaltet werden, wenn Kapazität der jeweiligen Stelle nicht überschritten wird

Beispiel

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

UNIVERSITÄT LEIPZIG

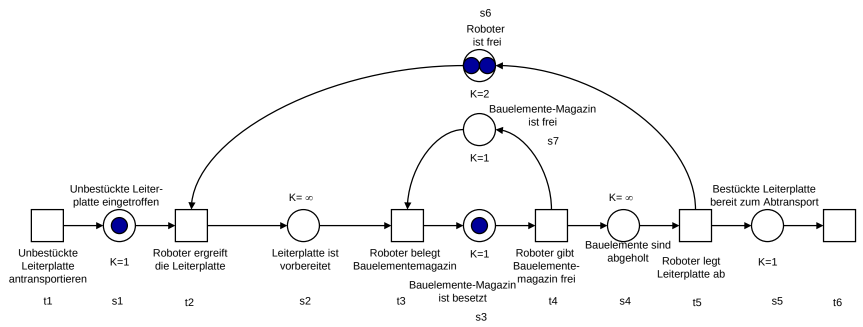
- S/T-Netz Bestückungsroboter
  - 2 Roboter bestücken Leiterplatten mit elektronischen Bauelementen
  - Bauelemente werden auf Fließband antransportiert
  - Ist einer der Roboter frei, nimmt er die Leiterplatte vom Fließband
  - Sind beide Roboter frei, wird nichtdeterministisch entschieden, wer die Leiterplatte nimmt
  - Nur jeweils ein Roboter darf auf Bauelemente-Magazin zugreifen
  - Nur jeweils eine Leiterplatte darf zu einem Zeitpunkt abtransportiert werden

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

UNIVERSITÄT LEIPZIG

LPZ E-BUSINESS applied telematics

- S/T-Netz Bestückungsroboter



10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

UNIVERSITÄT LEIPZIG

LPZ E-BUSINESS applied telematics

- Ein 6-Tupel (S,T,F,K,W,M_0) heißt **Stellen-/Transitionen-Netz (S/T-Netz)**, falls gilt:

  (i) (S,T,F) ist ein Netz aus **Stellen** S und **Transitionen** T

  (ii) K: $S \rightarrow \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ erklärt eine (möglicherweise unbeschränkte) **Kapazität** für jede Stelle.

  (iii) W: $F \rightarrow \mathbb{N}$ bestimmt zu jedem Pfeil des Netzes ein **Gewicht**.

  (iv) M_0: $S \rightarrow \mathbb{N}_0$ ist eine **Anfangsmarkierung**, die die Kapazitäten respektiert, d.h. für jede Stelle $s \in S$ gilt: $M_0(s) \leq K(s)$.

- Ein Netz $N=(S,T,F,K,W,M_0)$ wird auch mit (N,M_0) bezeichnet