10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Sei N ein S/T-Netz.
  - Eine Abbildung $M:S \rightarrow \mathbb{N}_0$ heißt **Markierung von N**, mit $\forall s \in S$:
    - $M(s) \leq K(s)$.
  - $\mathcal{M}(N)$ ist die Menge aller Markierungen von N
  - Eine Transition $t \in T$ heißt **M-aktiviert** (schreibe M[t>), falls gilt:
    - $\forall s \in \bullet t \; : M(s) \geq W(s,t)$
    - $\forall s \in t\bullet \; : M(s) \leq K(s) - W(t,s)$

Beispiel

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Sei N ein S/T-Netz
  - Eine M-aktivierte Transition $t \in T$ bestimmt eine **Folgemarkierung M' von M** durch

$$M'(s) := \begin{cases} M(s)-W(s,t), & \text{falls } s \in \bullet t \setminus t\bullet \\ M(s)+W(t,s), & \text{falls } s \in t\bullet \setminus \bullet t \\ M(s)-W(s,t)+W(t,s) & \text{falls } s \in t\bullet \cap \bullet t \\ M(s) & \text{sonst} \end{cases}$$

Wir sagen dann: **t schaltet von M nach M'** und schreiben: M[t>M'.

Beispiel

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Es seien (N,M_0) ein S/T-System und $w=t_1..t_n \in T^*$. Die Markierung $M'' \in \mathcal{M}(N)$ heißt **Folgemarkierung** von M_0 unter w (schreibe $M_0[w>M'')$, wenn
  - $w = leer \wedge M'' = M_0$ **oder**
  - $\exists M' \in \mathcal{M}(N)$: $M_0[t_1..t_{n-1}>M' \wedge M'[t_n>M''$
- w heißt **Schaltfolge**
- w heißt **aktiviert unter M_0** (schreibe $M_0[w>$)
- $M_0 M_1 .. M_n$ heißt die **w zugeordnete Markierungsfolge**, falls
  - $\forall i=1,..,n$: $M_i := M_o [t_1..t_i >$ (M_i erreichte Markierungen)
- $M_0 t_1 M_1 .. t_n M_n$ heißt die **w zugeordnete verallgemeinerte Markierungsfolge**
- $[M_0>_N := \{M \mid \exists w \in T^* \text{mit } M_0[w>M\}$ heißt **Erreichbarkeitsmenge** des Systems

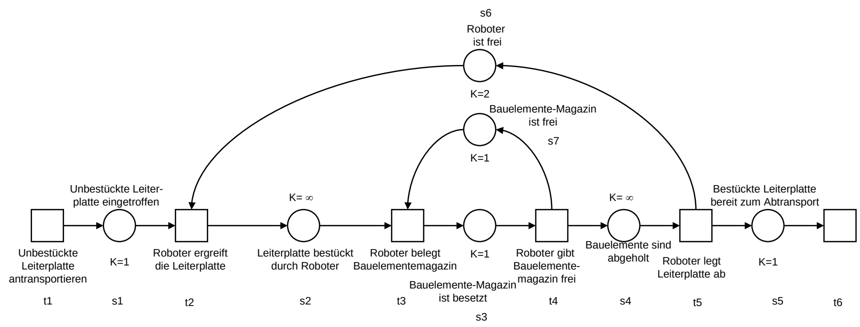
10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

Erreichbarkeitsalgorithmus (breadth-first)

1. Trage in ein Schema mit den Spalten „Markierungsnummer“, „Markierung“ und „Schaltungen“ die Anfangsmarkierung M_i ein
2. In der aktuellen Markierung M_i wird jede Transition t untersucht, ob sie aktiviert ist
   - t nicht aktiviert: fertig
   - t aktiviert: Berechne Folgemarkierung M_i [t>)
     - Neue Markierung: Trage neue Zeile mit Markierungsnummer M_i ein
     - Existierende Markierung: Fertig
3. Alle Transitionen überprüft, gilt M_i als erledigt
4. Prüfen, ob alle eingetragenen Markierungen erledigt sind
   - Ja: Erreichbarkeitsanalyse abgeschlossen
   - Nein: Überprüfe die nächste Markierung und fahre bei 2 fort.

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

Zur Erinnerung: S/T-Netz Bestückungsroboter



10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

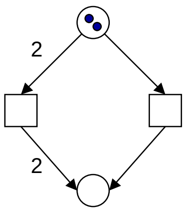
- **Erreichbarkeitsmenge** im Beispiel

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

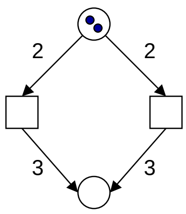
- **Erreichbarkeitsgraph** im Beispiel

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Ein S/T-Netz N heißt **schlicht**, wenn keine zwei verschiedenen Transitionen $t_1,t_2 \in T^*$ existierenden mit
  - $\forall s \in S$: $(s \in \bullet t_1 \Leftrightarrow s \in \bullet t_2) \wedge (s \in \bullet t_1 \Rightarrow W(s,t_1) = W(s,t_2))$
  - $\forall s \in S$: $(s \in t_1\bullet \Leftrightarrow s \in t_2\bullet) \wedge (s \in t_2\bullet \Rightarrow W(t_1,s) = W(t_2,s))$



Schlichtes Netz



Nicht schlichtes Netz

-> Linke und rechte Transition erzeugen die gleiche Folgemarkierung

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

UNIVERSITÄT LEIPZIG

- Sei N ein S/T-Netz. Die zu N gehörige **Inzidenzmatrix C** ist definiert durch: $\forall\ 1 \leq i \leq m,\ 1 \leq j \leq n$

$$C_{ij} := \begin{cases} W(t_j,s_i), \text{ falls } (t_j,s_i) \in F \setminus F^{-1} \\ -W(s_i,t_j), \text{ falls } (s_i,t_j) \in F \setminus F^{-1} \\ W(t_j,s_i)-W(s_i,t_j), \text{ falls } (t_j,s_i) \in F \cap F^{-1} \\ 0, \text{ sonst} \end{cases}$$

- c_{ij} zeigt jeweils an, wie sich die Markenzahl von s_i durch ein Schalten von t_j vergößert oder verringert.

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

UNIVERSITÄT LEIPZIG

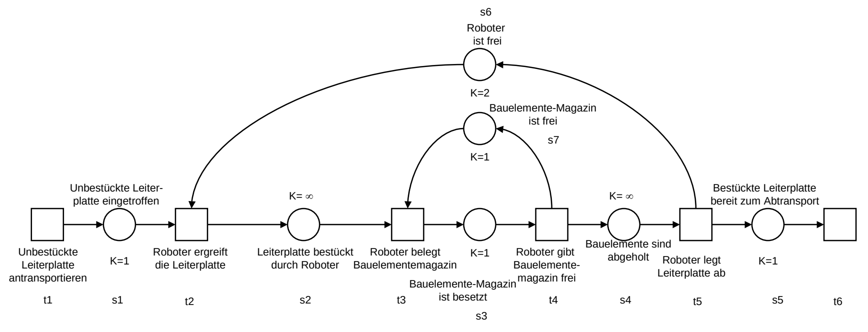
- Beispiel Matrixdarstellung und Netz

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Das Netz zur Matrix

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

Zur Erinnerung: S/T-Netz Bestückungsroboter



10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Beispiel Matrixdarstellung

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

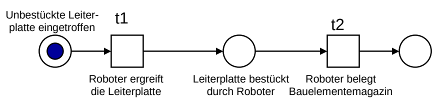
- Schlingen werden mit der Differenz ihrer Knotengewichte angegeben, also bei gleichen Knotengewichten mit 0
- Da c_{ij} angibt, um wieviel sich die Markenzahl von s_i bei einer Schaltung t_j verändert, entspricht $C_{\bullet j}$ (j-te Spalte der Inzidenzmatrix) gerade der Veränderung der Markierung bei einer Schaltung von t_j
  - $M[t_j>M' \Rightarrow M' = M + C_{\bullet j}$

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Mit Hilfe der Matrixdarstellung lassen sich S-Invarianten berechnen.
- Eine S-Invariante ist eine Menge von S-Elementen, für die die Summe der Marken durch das Schalten von T-Elementen unverändert bleibt.
- S-Invarianten weisen beispielsweise darauf hin, dass keine bearbeiteten Elemente verloren gehen.
- Das Fehlen von S-Invarianten deutet manchmal auf Modellierungsfehler hin.
- Eine variablenfreie Lösung i der Gleichung $\underline{N}^{\text{transponiert}} * i = 0$ identifiziert eine S-Invariante.

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

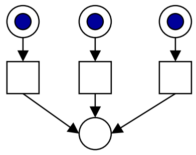
- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Kausalität
    - Beschreibt, welche Ereignisse stattgefunden haben müssen, bevor ein anderes stattfinden kann
    - Def.: In einem S/T-System (N, M_0) ist (das vorherige Schalten von) t_1 **notwendig** für (das Schalten von) t_2, wenn in allen Schaltfolgen w mit $M_0[wt_2>$ die Transition t_1 vorkommt



t1 muss vor t2 geschaltet haben

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Nebenläufigkeit
    - Transitionen können unabhängig voneinander schalten, d.h. beeinflussen sich nicht gegenseitig
    - Def.: Eine Transitionenmultimenge m=<< t_1,..,t_n>> ist **nebenläufig aktiviert**, wenn jede aus all ihren Transitionen mit den entsprechenden Vielfachheiten gebildete n-gliedrige Folge eine Schaltfolge ist.

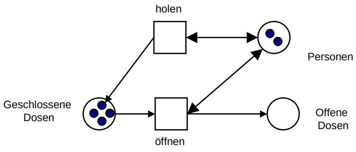


10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Multimenge
  - Als **Multimenge** über einer Menge *M* bezeichnet man eine **Abbildung** *V* von *M* in die Menge der **natürlichen Zahlen**. *V*(*x*) bezeichnet dann die **Vielfachheit** des Elementes *x* aus *M*.
  - Beispiel:
    - Sei *V* die Multimenge über {*a*,*b*,*c*}, mit *V*(*a*)=1, *V*(*b*)=3 und *V*(*c*)=0. Dann schreibt man auch *V*=<<*a*,*b*,*b*,*b*>>.

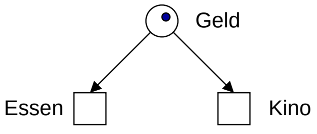
10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Nebenläufigkeit
    - Transitionen können unabhängig voneinander schalten
    - Def.: Eine Transitionenmultimenge m=<< $t_1,..,t_n$>> ist **nebenläufig aktiviert**, wenn jede aus all ihren Transitionen mit den entsprechenden Vielfachheiten gebildete n-gliedrige Folge eine Schaltfolge ist.
    - Ihre Folgemarkierung M{$t_1,..,t_n$}ist definiert als die durch jede dieser Schaltfolgen erzeugte Markierung.
    - M[{$t_1,..,t_n$}> steht für **nebenläufige Aktiviertheit**
    - M[{$t_1,..,t_n$}>M' steht für **Folgemarkierungsbeziehung**



10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Konflikt
    - Nicht-nebenläufige gleichzeitige Aktiviertheit von Transitionen
    - Konfliktierende Transitionen nehmen sich gegenseitig Input-Marken weg
    - Def.: Zwei Transitionen t_1 und t_2 eines S/T-Systems mit $K=\infty$ $\forall s \in S$ sind im **Konflikt**, wenn M[t_1> und M[t_2> aber nicht M[{t_1 ,t_2}>



10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

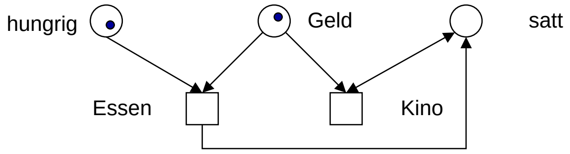
UNIVERSITÄT LEIPZIG
LPZ E-BUSINESS applied telematics

- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Konflikt ff.
    - Zwei in Konflikt stehende Transitionen t1, t2 haben mindestens eine gemeinsame markentragende Inputstelle $s \in \bullet t1 \cap \bullet t2$.
    - Sind außerdem alle Kantengewichte W=1, so kann s für zwei in Konflikt stehende Transitionen t1 und t2 so gewählt werden, dass $s \in \bullet t1 \cap \bullet t2 \setminus t1\bullet \cap t2\bullet$.
      - Dann gilt auch: M(s)=1 (warum?)

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

UNIVERSITÄT LEIPZIG
LPZ E-BUSINESS applied telematics

- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Konflikt ff.
    - Konfliktlösende Einbettung
      - Ist durch Einführung zusätzlicher Eingabestellen möglich.
      - Hierdurch wird Information über zu wählende Alternative ergänzt



10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

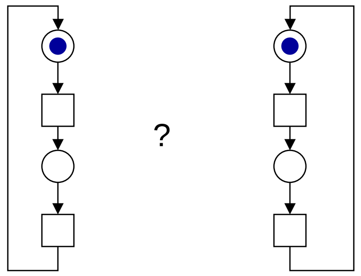
UNIVERSITÄT LEIPZIG
LPZ E-BUSINESS applied telematics

- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Synchronisation
    - Einführen von Abhängigkeiten zwischen Transitionsfolgen.
    - D.h. Wegnahme von Nebenläufigkeit
    - Beispiel: Fork-Join-Synchronisation zur Aufspaltung und Zusammenführung eines Ereignisstroms

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

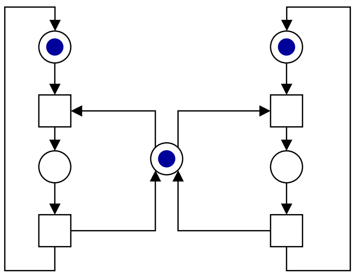
UNIVERSITÄT LEIPZIG
LPZ E-BUSINESS applied telematics

- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Synchronisation
    - Beispiel: Wie lassen sich zwei Prozesse synchronisieren?



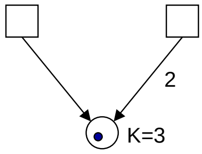
10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Synchronisation
    - Beispiel: Wie lassen sich zwei Prozesse synchronisieren?



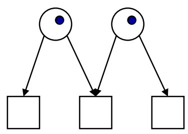
10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Kontakt
    - Eine Transition bringt soviele Marken auf eine Outputstelle, dass eine andere Transition nicht mehr schalten kann (weil Kapazität ausgelastet)
    - D. h. immer dann, wenn die Vorbedingung zum Schalten einer Transition erfüllt ist, ist gleichzeitig auch die Nachbedingung erfüllt.
    - Def.: Ein S/T-Netz N heißt **kontaktfrei**, wenn für alle $M \in \mathrm{M}(N)$ und $\forall\, t \in T, \forall\, s \in \bullet t$:
      - $M(s) \geq W(s,t) \Rightarrow \forall\, s \in t\bullet : M(s) \leq K(s) + W(t,s)$.



10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Konfusion
    - Ein Konflikt kann von „dritter Seite“ aufgelöst oder herbeigeführt werden
    - Def.: Seien N ein S/T-Netz mit $K=\infty$, $M \in \mathbb{M}(N)$, $t \in T$ und M[t>. Als **Konfliktmenge von t unter M** bezeichnet man die Transitionsmenge
      - $kft(t,M) := \{t' \in T \mid M[t'> \wedge \neg M[\{t,t'\}>\}$



UNIVERSITÄT LEIPZIG
LPZ E-BUSINESS applied telematics

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

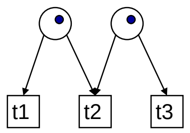
- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Konfusion ff.
    - Ein Tripel (M, t1 ,t3) nennt man eine Konfusion, wenn $t1 \neq t3$,
      - $kft(t1,M) \neq kft(t1,M[t3>)$
    - Konfliktvergrößerung
      - $kft(t1,M) \subseteq kft(t1,M[t3>))$
    - Konfliktverminderung
      - $kft(t1,M[t3>)) \subseteq kft(t1,M)$

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

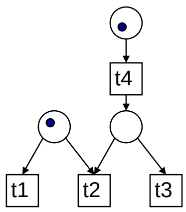
- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Konfusion
    - Symmetrische Konfusion
      - kft(t1,M) \ kft(t1,M[t3>) $\neq \emptyset$
    - Asymmetrische Konfusion
      - kft(t1, M[t3>) \ kft(t1,M) $\neq \emptyset$

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

kft(t1,M)=t2
kft(t2,M)={t1,t3}
kft(t3,M)=t2
kft(t1,M)=t2 $\neq$kft(t1,M[t3>)=$\emptyset$
kft(t1,M) $\supseteq$ kft(t1,M[t3>)
->Konfliktverminderung
->symmetrische Konfusion



Konfliktbeseitigung



Konflikteinführung

kft(t1,M)= $\emptyset$
kft(t2,M)= $\emptyset$
kft(t1,M)= $\emptyset \neq$ kft(t1,M[t4>)=t2
kft(t1,M) $\subseteq$ kft(t1,M[t2>)
->Konfliktvergrößerung
->asymmetrische Konfusion

10.4.1 Stellen/Transitions-Netze

- Grundsituationen in S/T-Netzen
  - Konfusion ff.
    - Es gibt Konfusionen, die gleichzeitig symmetrisch und asymmetrisch sind, aber keine, die weder das eine noch das andere sind
    - Konfliktverminderung ist eine symmetrische aber nicht asymmetrische Konfusion
    - Konfliktvergrößerung ist eine asymmetrische aber nicht symmetrische Konfusion

10.4.2 Bedingungs/Ereignis-Netze

- Tokens haben den Datentyp Boolean
- Transitionen als Ereignisse
- Stellen als Bedingungen
- Pro Stelle genau eine (Bedingung gilt) oder keine (Bedingung gilt nicht) Marke
  - Kapazität stets 1
  - Gewicht stets 1
- Es gibt keine zwei Bedingungen, die durch dieselben Ereignisse eintreten und durch diese beendet werden
- Es gibt keine zwei Ereignisse, die dieselben Bedingungen herbeiführen und dieselben Bedingungen beenden
  - Schlichtheit

10.4.2 Bedingungs/Ereignis-Netze

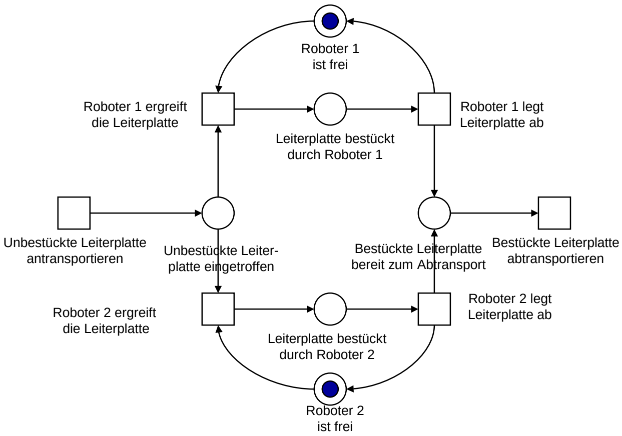
- **Ein Bedingungs/Ereignis-System** (B/E-System) ist ein S/T-System Y=(S,T,F,K,W,M) mit schlingenfreiem, schlichtem Netz N=(S,T,F) und sowohl K=1 als auch W=1.

10.4.2 Bedingungs/Ereignis-Netze

- Beispiel
  - Fließband, über das Leiterplatten transportiert werden und auf das zwei Roboter zugreifen, um die Leiterplatten auf Montageplätze zu legen.
    - parallele Bearbeitung
    - wiederkehrende Zustände
    - klare Unterscheidung zwischen aktiven und passiven Komponenten

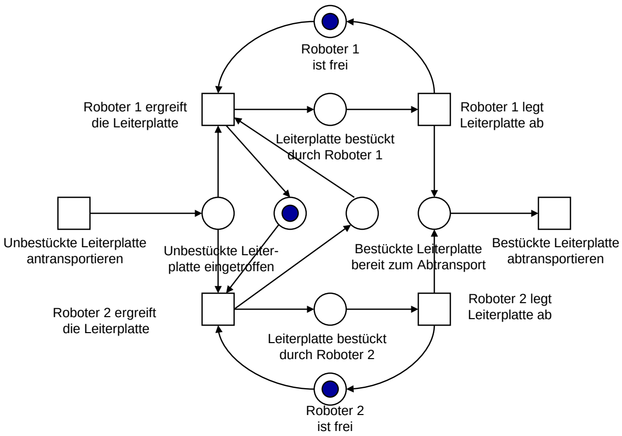
10.4.2 Bedingungs/Ereignis-Netze

- Beispiel
  - B/E-Netz Bestückungsroboter



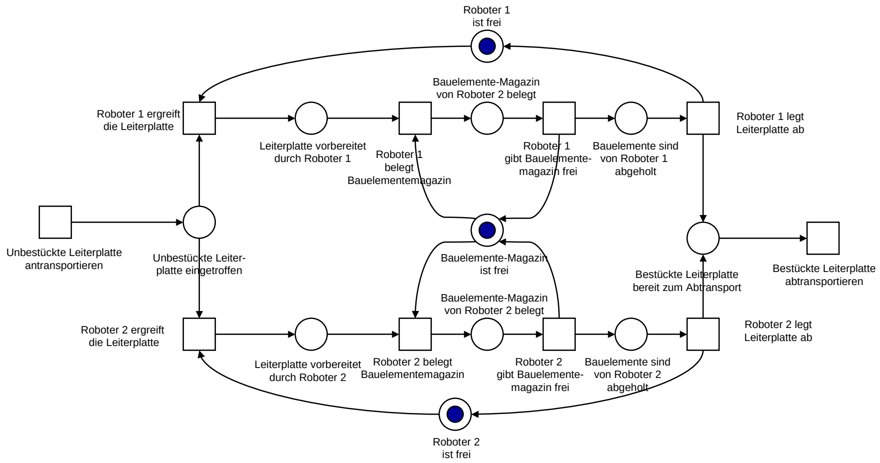
10.4.2 Bedingungs/Ereignis-Netze

- Beispiel
  - Bestückungsroboter - abwechselnder Zugriff



10.4.2 Bedingungs/Ereignis-Netze

- Beispiel
  - Bestückungsroboter (mit gemeinsamem Bauelemente-Magazin)



10.4.2 Bedingungs/Ereignis-Netze

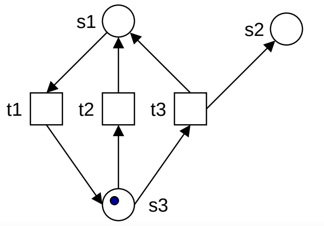
- Beispiel
  - Bestückungsroboter (mit gemeinsamem Bauelemente-Magazin)
    - Wir sehen also: S/T-Systeme können durch verhaltensgleiche B/E-Systeme modelliert werden (später mehr dazu)

10.4.2 Bedingungs/Ereignis-Netze

UNIVERSITÄT LEIPZIG

LPZ E-BUSINESS applied telematics

- Eine Stelle s‘ ∈ S eine B/E-Systems nennen wir das **Gegenteil** (¬s) von der Stelle s ∈ S, wenn
  - •s = s‘• und •s‘ = s•
- Ein B/E-System heißt **widerspruchsfrei**, wenn von jedem Paar - aus einer Stelle s und ihrem Gegenteil ¬s - entweder s oder ¬s eine Marke trägt.
- B/E-Systeme, die für jede Stelle auch deren Gegenteil enthalten, nennen wir **vollständig**.



•s1 und s3 Gegenteil voneinander

•s2 ohne Gegenteil

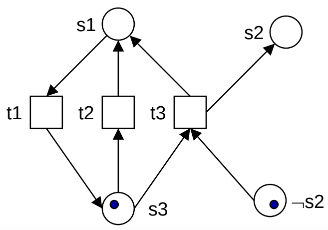
•System widerspruchsfrei

10.4.2 Bedingungs/Ereignis-Netze

UNIVERSITÄT LEIPZIG

LPZ E-BUSINESS applied telematics

- Mit einer Einbettung können B/E-Systeme ergänzt oder sogar vervollständigt werden
- Wenn B/E-System widerspruchsfrei, so ist auch Vervollständigung widerspruchsfrei und zusätzlich kontaktfrei



Vervollständigtes System